

GeoGebra – Utilisation du tableur. Courbe de régression polynomiale.

Professeur : Jean-Pierre Franc

Les compétences visées

Utilisez le tableur pour effectuer des calculs à l'aide de formules mathématiques. Construire une liste de points et porter ceux-ci sur un graphique. Tracez une courbe de régression polynomiale passant à proximité de tous les points de la liste.

Le problème choisi

Lorsqu'un avion tente de monter le plus rapidement possible dans le ciel, son taux ascensionnel diminue avec l'altitude. Cela se produit parce que l'air est moins dense à des altitudes plus élevées. Le tableau ci-dessous présente les données de la performance d'un avion.

Altitude (100 <i>m</i>)	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
Taux montée (<i>m/min</i>)	280	265	251	235	220	205	190	175	160	146	131

1. Calculez les estimations supérieure et inférieure du temps que prendra cet avion pour atteindre une altitude de 3000 *m* au-dessus du niveau de la mer.
2. Si les données sur le taux ascensionnel étaient présentées en incréments de 150 *m*, quelle serait la différence entre les estimations supérieure et inférieure du temps de montée en fonction de 20 sous-intervalles ?

Solution

Introduction des données.

Menu *Affichage*, choisir *Tableur*. Dans la cellule A1, tapez – Altitude (m) – faites *Enter*. Placez la souris entre les colonnes A et B et élargissez la colonne A de manière à visualiser le contenu de A1. Tapez – 0 – dans la cellule A2, puis – 300 – dans la cellule A3. Sélectionnez les cellules A2 et A3 à l'aide de la souris. Cliquez sur le petit carré en bas à droite du rectangle de sélection en maintenant le bouton de la souris enfoncé. Tirez vers le bas jusqu'à la cellule A12. Relachez la souris. La colonne A contient les données relatives à l'altitude entre – 0 – et – 3000 m – par pas de 300 m.

Dans la cellule B1, tapez – Taux ascensionnel (m/min) – faites *Enter*. Élargissez la colonne. Introduisez les données de cette colonne, une à la fois, entre les cellules B2 et B12.

Dans la cellule C1, tapez – Inverse taux ascensionnel (min/m). Élargissez la colonne. Dans la cellule C2, tapez – 1/B2 – faites *Enter*. C'est probablement le nombre – 0 – qui apparaît pour la simple raison que par défaut GeoGebra n'affiche que deux décimales. Si c'est le cas, allez dans le menu *Options*, choisir *Arrondi* et cliquez sur *5 décimales*. Vous obtenez – 0,00357 – dans la cellule C2. Faites un clic droit sur la cellule C2 et cliquez sur *Copier*. Sélectionnez les cellules C3 à C12 avec la souris. Faites un clic droit à l'intérieur du rectangle de sélection et cliquez sur *Coller*. La colonne C contient maintenant les inverses des données de la colonne B arrondis à 5 décimales.

	A	B	C	D
1	Altitude (m)	Taux de montée (m/min)	Inverse taux de montée (min/m)	
2	0	280	0.00357	(0, 0.00357)
3	300	265	0.00377	(300, 0.00377)
4	600	251	0.00398	(600, 0.00398)
5	900	235	0.00426	(900, 0.00426)
6	1200	220	0.00455	(1200, 0.00455)
7	1500	205	0.00488	(1500, 0.00488)
8	1800	190	0.00526	(1800, 0.00526)
9	2100	175	0.00571	(2100, 0.00571)
10	2400	160	0.00625	(2400, 0.00625)
11	2700	146	0.00685	(2700, 0.00685)
12	3000	131	0.00763	(3000, 0.00763)

FIGURE 1 – Tableau

Le graphique

Nous allons porter en graphique l'inverse du taux de montée en fonction de l'altitude. Pour cela, dans la colonne D, nous voulons placer les coordonnées des différents points dont l'abscisse se trouve dans la colonne A et l'ordonnée dans la colonne C. Ainsi, dans la cellule D2, nous introduisons : $D2 = (A2, C2)$. Élargissez la colonne si nécessaire. Faites un clic droit sur la cellule D2 et cliquez sur *Copier*. Sélectionnez à l'aide de la souris les cellules D3 à D12. Faites un clic droit sur le rectangle de sélection et cliquez sur *Coller*.

Sélectionnez à l'aide de la souris les cellules D2 à D12. Faites un clic droit sur le rectangle de sélection et cliquez sur *Créer une liste*.

L'échelle du graphique est « immense » par rapport aux valeurs des coordonnées des points. De ce fait, nous voyons un seul point placé au voisinage de l'origine.

Pour modifier cela, nous faisons un clic droit n'importe où sur la feuille de travail. Choisissez l'option *Graphique* et cliquez sur l'onglet *Axe x* dans la boîte de dialogue qui s'ouvre. Faites : $min = -300$ et $max = 3300$. Cochez le carré nommé *Distance* et dans le rectangle adjacent, mettez la valeur 300. Dans le rectangle *Label*, tapez – Altitude (m).

Cliquez maintenant sur l'onglet *Axe y*. Faites : $min = -0.002$ et $max = 0.010$. Cochez le carré nommé *Distance* et dans le rectangle adjacent, mettez la valeur 0.001. Dans le rectangle *Label*, tapez – Inverse taux ascensionnel (min/m).

Fermez la boîte de dialogue *Graphique*.

Les points correspondants aux mesures apparaissent maintenant sur le graphique.

Une courbe de régression polynomiale

Le polynôme de régression est une fonction dont le graphe approche, au mieux, chacun des points expérimentaux. Nous essayons un polynôme de degré 4. Pour cela, dans la fenêtre de saisie, tapez $f(x) = \text{ajustpoly}[L_1, 4]$ (voir figure ci-dessous pour la syntaxe à appliquer) et faites *Enter*. Ici, le 4 est le degré du polynôme et L_1 est le nom de la liste de points créée à partir du contenu de la colonne D. Le nom de la liste de points se trouve dans le menu *Affichage, Fenêtre Algèbre*.



Saisie: $f(x) = \text{AjustPoly}[\text{liste1}, 4]$

Le graphe de $f(x)$ passe par l'ensemble des points expérimentaux.

Construction des sommes inférieures et supérieures

Plutôt que de choisir une partition de l'intervalle de hauteur $[0, 3000]$ en 10 ou 20 sous-intervalles, nous optons pour un nombre de sous-intervalles variables par pas de 2 entre $n = 4$ et $n = 80$. Pour cela, dans la barre d'outils, nous cliquons sur *Curseur* (avant dernière icône en partant de la gauche). Cliquez n'importe où sur votre feuille de travail. La boîte de dialogue *Curseur* s'ouvre. Dans celle-ci, mettez n dans *Nom*. Mettez 4 pour *min*, 80 pour *max* et 2 pour *incrément*. Cliquez sur *Appliquer*. Le curseur apparaît sur la feuille de travail. Faites un clic droit sur le curseur et choisissez *Propriétés*. Donnez la valeur 300 à *largeur* puis, fermez la boîte de dialogue.

Dans la barre de saisie, tapez

$$S_{inf} = \text{sommeinférieure}[f, 0, 3000, n],$$

(voir la figure ci-dessous pour la syntaxe à appliquer) puis faites *Enter*. La somme inférieure de la fonction f sur l'intervalle $[0, 3000]$ calculée avec n sous-intervalles apparaît sur le graphique.



Toujours dans la barre de saisie, tapez maintenant

$$S_{sup} = \text{sommesupérieure}[f, 0, 3000, n],$$

pour obtenir l'estimation supérieure du temps de montée.

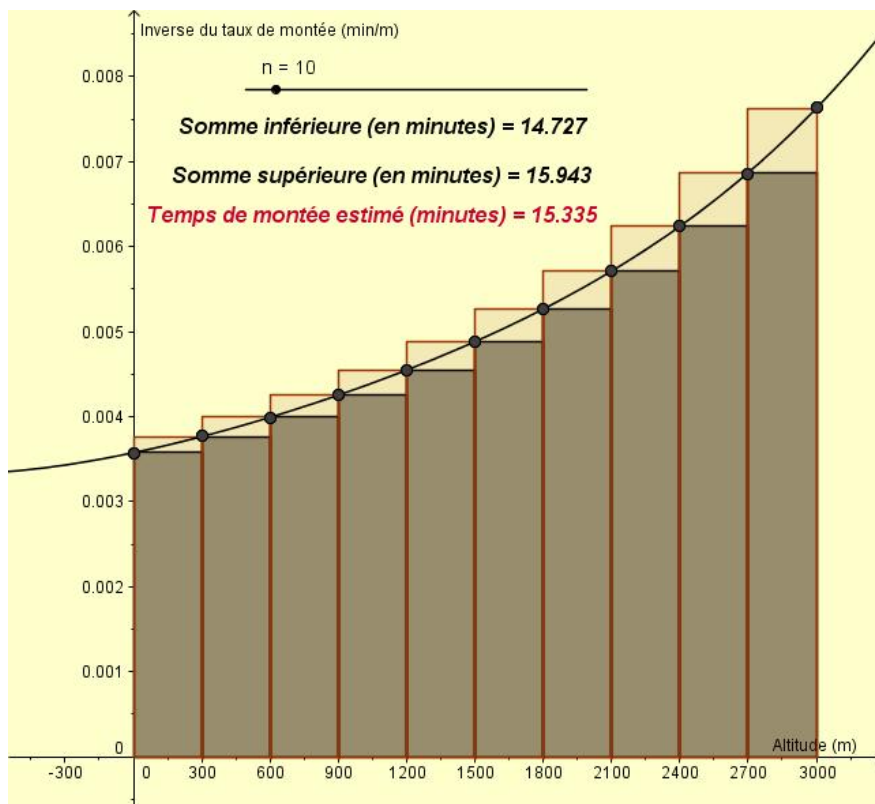


FIGURE 2 – avec $n = 10$

Le problème résolu

1. Donnez au curseur la valeur 10, vous avez, sous les yeux la solution graphique du problème posé. En ouvrant la *Fenêtre Algèbre* (menu *Affichage*), vous trouvez les valeurs suivantes

$$S_{inf} = 14,727 \text{ minutes}$$

$$S_{sup} = 15,943 \text{ minutes.}$$

2. Mettez le curseur en $n = 20$ et les nouvelles estimations sont

$$S_{inf} = 15,019 \text{ minutes}$$

$$S_{sup} = 15,627 \text{ minutes.}$$

Refermez la *Fenêtre Algèbre*.

Améliorations de la présentation

Il est possible, sur le graphique, d'introduire du texte , de visualiser les changements des valeurs numériques ainsi que de modifier l'apparence des estimations inférieure et supérieure. La figure 2, illustre ces propos.